

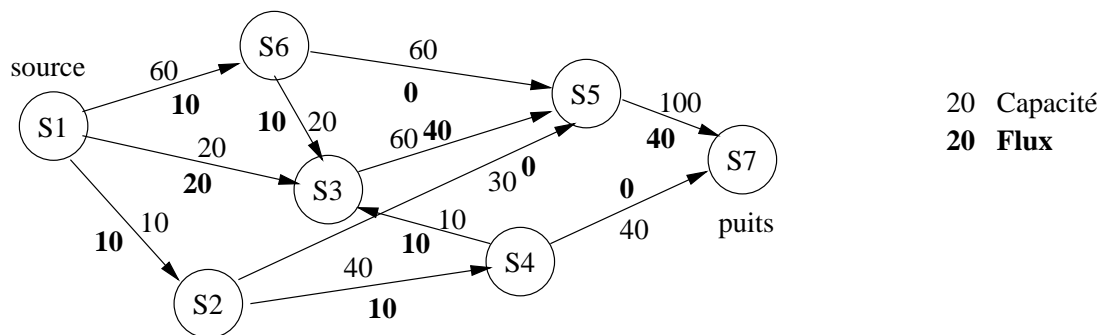
L3-CDA – TD 2

Graphes

Objet du TD : algorithme de flot

1 Algorithme de Flot

Q1: Quelles propriétés doit respecter un flot ?



Q2: Calculer le graphe d'écart correspondant au graphe ci-dessus.

Q3: L'algorithme est-il terminé ? justifiez.

Q4: Quel algorithme appliquer pour trouver un chemin de la source au puits qui permette d'augmenter le flot de manière maximale ?

Proposer le principe d'un algorithme de calcul du flot maximum basé sur cet algorithme de détermination d'un chemin optimal pour l'augmentation du flux.

Q5: Terminez l'application de l'algorithme de flot sur le graphe de flot précédent.

2 Flot de flot maximum de coût minimum

On peut associer à chaque arc non seulement une capacité, mais également un coût $p(u)$ par unité de flux associé à l'arc u dans la solution. Le coût d'un flot maximum est alors $\sum_{u \in E} f(u).p(u)$.

Algorithme de Busacker et Gowen : En associant dans le graphe d'écart non plus les capacités résiduelles mais les coûts (négatifs sur les arcs retour), et en recherchant non plus un chemin de capacité maximale mais un plus court chemin, on résout le problème de flot maximum de coût minimum.

Application au problème de transport qui est le suivant : on désire transporter un maximum de marchandises pour un coût minimum entre un ensemble d'entrepôts (avec chacun son stock) et un ensemble de magasins (avec chacun une demande à satisfaire). On suppose que les demandes correspondent aux stocks. Le passage sur une voie de circulation a un coût de transport associé et éventuellement une capacité.

Q6: Modéliser le problème décrit ci-dessous par un graphe.

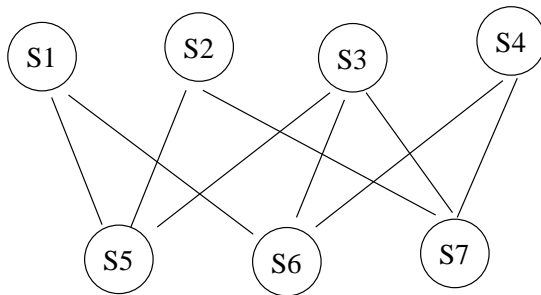
Un transporteur veut expédier des huitres depuis Oléron (7 tonnes) et Cancale (12 tonnes) vers Rungis et Lyon (ou il faut 9 et 15 tonnes respectivement). De Oléron, on peut aller vers Lyon ou Rennes. De Cancale, vers Rennes, Rungis ou Lyon. Les camions permettent au maximum d'envoyer 5 t de Oléron vers Rennes, 14 de Oléron vers Lyon, 7 de Cancale vers Rennes, 4 de Cancale vers Rungis, 2 de Cancale vers Lyon, et 6 de Rennes vers Rungis. Enfin les coûts de transport à la tonne sont respectivement de 100, 400, 200, 200, 700 et 0 euros pour les trajets ci-dessus.

Q7: Transformer ce graphe en graphe de flot. Quelle capacité et quel coût associer aux arcs ajoutés ?

Q8: Commencer la résolution à l'aide de l'algorithme de Busacker et Gowen.

3 Les couples

On souhaite résoudre le problème de couplage de cardinalité maximale dans un graphe bipartite. Celui-ci consiste à former un ensemble de couples disjoints x_A, x_B de sommets appartenant aux deux parties A et B du graphe, et joints par une arête (dite de compatibilité), tels que le nombre de couples créés soit maximum.



Q9: Modélisez le problème sous la forme d'un problème de flot maximum. Résolvez-le pour le graphe ci-dessus.

Q10: Un congrès doit réunir des équipes de chercheurs venant de n laboratoires différents. Chaque labo i envoie à la conférences n_i représentants. Le grand diner de la conférence a lieu sur d tables, chaque table j pouvant accueillir d_j convives. Deux chercheurs du même labo ne peuvent pas être sur la même table afin de maximiser les échanges entre chercheurs.

Modélisez le problème dans le cas général. Existe il une solutions pour 4 labos (4, 5, 3, 6 chercheurs respectivement), et 5 tables (de 3, 5, 2, 6 et 4 convives respectivement).